Глава вторая

ТЕОРЕМА СЛОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

§ 1. Теорема сложения вероятностей несовместных событий

Суммой $A+B$ *двух событий* A и B называют событие, состоящее в появлении события A, или события B, или обоих этих событий. Например, если из орудия произведены два выстрела и A — попадание при первом выстреле, B — попадание при втором выстреле, то $A+B$ — попадание при первом выстреле, или при втором, или в обоих выстрелах.

В частности, если два события A и B — несовместные, то $A+B$ — событие, состоящее в появлении одного из этих событий, безразлично какого.

Суммой нескольких событий называют событие, которое состоит в появлении хотя бы одного из этих событий. Например, событие $A+B+C$ состоит в появлении одного из следующих событий: A, B, C, A и B, A и C, B и C, A и B и C.

Пусть события A и B — несовместные, причем вероятности этих событий известны. Как найти вероятность того, что наступит либо событие A, либо событие B? Ответ на этот вопрос дает теорема сложения.

Теорема. *Вероятность появления одного из двух несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:*

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

Доказательство. Введем обозначения: n — общее число возможных элементарных исходов испытания; m_1 — число исходов, благоприятствующих событию A; m_2 — число исходов, благоприятствующих событию B.

Число элементарных исходов, благоприятствующих наступлению либо события A, либо события B, равно m_1+m_2. Следовательно,

$$P(A+B)=(m_1+m_2)/n=m_1/n+m_2/n.$$

Приняв во внимание, что $m_1/n=P(A)$ и $m_2/n=P(B)$, окончательно получим

$$P(A+B)=P(A)+P(B).$$

Следствие. *Вероятность появления одного из нескольких попарно несовместных событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий:*

$$P(A_1+A_2+\ldots+A_n)=P(A_1)+P(A_2)+\ldots+P(A_n).$$

Доказательство. Рассмотрим три события: A, B и C. Так как рассматриваемые события попарно несовместны, то появление одного из трех событий, A, B и C, равносильно наступлению одного из двух событий, $A+B$ и C, поэтому в силу указанной теоремы

$$P(A+B+C)=P[(A+B)+C]=P(A+B)+P(C)=$$
$$=P(A)+P(B)+P(C).$$

Для произвольного числа попарно несовместных событий доказательство проводится методом математической индукции.

Пример 1. В урне 30 шаров: 10 красных, 5 синих и 15 белых. Найти вероятность появления цветного шара.

Решение. Появление цветного шара означает появление либо красного, либо синего шара.

Вероятность появления красного шара (событие A)

$$P(A) = 10/30 = 1/3.$$

Вероятность появления синего шара (событие B)

$$P(B) = 5/30 = 1/6.$$

События A и B несовместны (появление шара одного цвета исключает появление шара другого цвета), поэтому теорема сложения применима.

Искомая вероятность

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 1/3 + 1/6 = 1/2.$$

Пример 2. Стрелок стреляет по мишени, разделенной на 3 области. Вероятность попадания в первую область равна 0,45, во вторую — 0,35. Найти вероятность того, что стрелок при одном выстреле попадет либо в первую, либо во вторую область.

Решение. События A — «стрелок попал в первую область» и B — «стрелок попал во вторую область» — несовместны (попадание в одну область исключает попадание в другую), поэтому теорема сложения применима.

Искомая вероятность

$$P(A+B) = P(A) + P(B) = 0{,}45 + 0{,}35 = 0{,}80.$$

§ 2. Полная группа событий

Теорема. *Сумма вероятностей событий $A_1, A_2, \ldots, A_n$, образующих полную группу, равна единице:*

$$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1.$$

Доказательство. Так как появление одного из событий полной группы достоверно, а вероятность достоверного события равна единице, то

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = 1. \qquad (*)$$

Любые два события полной группы несовместны, поэтому можно применить теорему сложения:

$$P(A_1 + A_2 + \ldots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n). \qquad (**)$$

Сравнивая (*) и (**), получим

$$P(A_1) + P(A_2) + \ldots + P(A_n) = 1.$$

Пример. Консультационный пункт института получает пакеты с контрольными работами из городов A, B и C. Вероятность получения пакета из города A равна 0,7, из города B — 0,2. Найти вероятность того, что очередной пакет будет получен из города C.

Решение. События «пакет получен из города A», «пакет получен из города B», «пакет получен из города C» образуют полную группу, поэтому сумма вероятностей этих событий равна единице:

$$0{,}7 + 0{,}2 + p = 1.$$

Отсюда искомая вероятность

$$p = 1 - 0{,}9 = 0{,}1.$$

§ 3. Противоположные события

Противоположными называют два единственно возможных события, образующих полную группу. Если одно из двух противоположных событий обозначено через A, то другое принято обозначать $\overline{A}$.

Пример 1. Попадание и промах при выстреле по цели — противоположные события. Если A — попадание, то $\overline{A}$ — промах.

Пример 2. Из ящика наудачу взята деталь. События «появилась стандартная деталь» и «появилась нестандартная деталь» — противоположные.

Теорема. *Сумма вероятностей противоположных событий равна единице:*

$$P(A) + P(\overline{A}) = 1.$$

Доказательство. Противоположные события образуют полную группу, а сумма вероятностей событий, образующих полную группу, равна единице (см. § 2).

Замечание 1. Если вероятность одного из двух противоположных событий обозначена через p, то вероятность другого события обозначают через q. Таким образом, в силу предыдущей теоремы

$$p + q = 1.$$

Пример 3. Вероятность того, что день будет дождливым, $p = 0{,}7$. Найти вероятность того, что день будет ясным.

Решение. События «день дождливый» и «день ясный» — противоположные, поэтому искомая вероятность

$$q = 1 - p = 1 - 0{,}7 = 0{,}3.$$

Замечание 2. При решении задач на отыскание вероятности события A часто выгодно сначала вычислить вероятность события $\overline{A}$, а затем найти искомую вероятность по формуле

$$P(A) = 1 - P(\overline{A}).$$

Пример 4. В ящике имеется n деталей, из которых m стандартных. Найти вероятность того, что среди k наудачу извлеченных деталей есть хотя бы одна стандартная.

Решение. События «среди извлеченных деталей есть хотя бы одна стандартная» и «среди извлеченных деталей нет ни одной стандартной» — противоположные. Обозначим первое событие через A, а второе — через $\overline{A}$.

6. По статистическим данным ремонтной мастерской, в среднем на 20 остановок токарного станка приходится: 10 — для смены резца; 3 — из-за неисправности привода; 2 — из-за несвоевременной подачи заготовок. Остальные остановки происходят по другим причинам. Найти вероятность остановки станка по другим причинам.

Отв. $p = 0{,}25$.

Глава третья

ТЕОРЕМА УМНОЖЕНИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

§ 1. Произведение событий

Произведением двух событий A и B называют событие AB, состоящее в совместном появлении (совмещении) этих событий. Например, если A — деталь годная, B — деталь окрашенная, то AB — деталь годна и окрашена.

Произведением нескольких событий называют событие, состоящее в совместном появлении всех этих событий. Например, если A, B, C — появление «герба» соответственно в первом, втором и третьем бросаниях монеты, то ABC — выпадение «герба» во всех трех испытаниях.

§ 2. Условная вероятность

Во введении случайное событие определено как событие, которое при осуществлении совокупности условий S может произойти или не произойти. Если при вычислении вероятности события никаких других ограничений, кроме условий S, не налагается, то такую вероятность называют *безусловной*; если же налагаются и другие дополнительные условия, то вероятность события называют *условной*. Например, часто вычисляют вероятность события B при дополнительном условии, что произошло событие A. Заметим, что и безусловная вероятность, строго говоря, является условной, поскольку предполагается осуществление условий S.

Условной вероятностью $P_A(B)$ называют вероятность события B, вычисленную в предположении, что событие A уже наступило.

Пример. В урне 3 белых и 3 черных шара. Из урны дважды вынимают по одному шару, не возвращая их обратно. Найти вероятность появления белого шара при втором испытании (событие B), если при первом испытании был извлечен черный шар (событие A).

Решение. После первого испытания в урне осталось 5 шаров, из них 3 белых. Искомая условная вероятность

$$P_A(B) = 3/5.$$

Этот же результат можно получить по формуле

$$P_A(B) = P(AB)/P(A) \quad (P(A) > 0). \qquad (*)$$

Действительно, вероятность появления белого шара при первом испытании

$$P(A) = 3/6 = 1/2.$$

Найдем вероятность $P(AB)$ того, что в первом испытании появится черный шар, а во втором — белый. Общее число исходов — совместного появления двух шаров, безразлично какого цвета, равно числу размещений $A_6^2 = 6 \cdot 5 = 30$. Из этого числа исходов событию AB благоприятствуют $3 \cdot 3 = 9$ исходов. Следовательно,

$$P(AB) = 9/30 = 3/10.$$

Искомая условная вероятность

$$P_A(B) = P(AB)/P(A) = (3/10)/(1/2) = 3/5.$$

Как видим, получен прежний результат.

Исходя из классического определения вероятности, формулу (*) можно доказать. Это обстоятельство и служит основанием для следующего общего (применимого не только для классической вероятности) определения.

Условная вероятность события B при условии, что событие A уже наступило, по определению, равна

$$P_A(B) = P(AB)/P(A) \quad (P(A) > 0).$$

§ 3. Теорема умножения вероятностей

Рассмотрим два события: A и B; пусть вероятности $P(A)$ и $P_A(B)$ известны. Как найти вероятность совмещения этих событий, т. е. вероятность того, что появится и событие A и событие B? Ответ на этот вопрос дает теорема умножения.

Теорема. *Вероятность совместного появления двух событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже наступило:*

$$P(AB) = P(A)\,P_A(B).$$

Доказательство. По определению условной вероятности,

$$P_A(B) = P(AB)/P(A).$$

Отсюда

$$P(AB) = P(A)\, P_A(B). \qquad (*)$$

З а м е ч а н и е. Применив формулу (*) к событию BA, получим

$$P(BA) = P(B)\, P_B(A),$$

или, поскольку событие BA не отличается от события AB,

$$P(AB) = P(B)\, P_B(A). \qquad (**)$$

Сравнивая формулы (*) и (**), заключаем о справедливости равенства

$$P(A)\, P_A(B) = P(B)\, P_B(A). \qquad (***)$$

С л е д с т в и е. *Вероятность совместного появления нескольких событий равна произведению вероятности одного из них на условные вероятности всех остальных, причем вероятность каждого последующего события вычисляется в предположении, что все предыдущие события уже появились:*

$$P(A_1 A_2 A_3 \ldots A_n) = P(A_1)\, P_{A_1}(A_2)\, P_{A_1 A_2}(A_3) \ldots$$
$$\ldots P_{A_1 A_2 \ldots A_{n-1}}(A_n),$$

где $P_{A_1 A_2 \ldots A_{n-1}}(A_n)$ — вероятность события A_n, вычисленная в предположении, что события $A_1, A_2, \ldots, A_{n-1}$ наступили. В частности, для трех событий

$$P(ABC) = P(A)\, P_A(B)\, P_{AB}(C).$$

Заметим, что порядок, в котором расположены события, может быть выбран любым, т. е. безразлично какое событие считать первым, вторым и т. д.

Пример 1. У сборщика имеется 3 конусных и 7 эллиптических валиков. Сборщик взял один валик, а затем второй. Найти вероятность того, что первый из взятых валиков — конусный, а второй — эллиптический.

Р е ш е н и е. Вероятность того, что первый валик окажется конусным (событие A),

$$P(A) = 3/10.$$

Вероятность того, что второй валик окажется эллиптическим (событие B), вычисленная в предположении, что первый валик — конусный, т. е. условная вероятность

$$P_A(B) = 7/9.$$

По теореме умножения, искомая вероятность

$$P(AB) = P(A)\, P_A(B) = (3/10) \cdot (7/9) = 7/30.$$

Заметим, что, сохранив обозначения, легко найдем: $P(B) = 7/10$, $P_B(A) = 3/9$, $P(B)\, P_B(A) = 7/30$, что наглядно иллюстрирует справедливость равенства (***).

Пример 2. В урне 5 белых, 4 черных и 3 синих шара. Каждое испытание состоит в том, что наудачу извлекают один шар, не возвращая его обратно. Найти вероятность того, что при первом испытании появится белый шар (событие A), при втором — черный (событие B) и при третьем — синий (событие C).

Р е ш е н и е. Вероятность появления белого шара в первом испытании

$$P(A) = 5/12.$$

Вероятность появления черного шара во втором испытании, вычисленная в предположении, что в первом испытании появился белый шар, т. е. условная вероятность

$$P_A(B) = 4/11.$$

Вероятность появления синего шара в третьем испытании, вычисленная в предположении, что в первом испытании появился белый шар, а во втором — черный, т. е. условная вероятность

$$P_{AB}(C) = 3/10.$$

Искомая вероятность

$$P(ABC) = P(A)\, P_A(B)\, P_{AB}(C) = (5/12) \cdot (4/11) \cdot (3/10) = 1/22.$$

§ 4. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий

Пусть вероятность события B не зависит от появления события A.

Событие B называют независимым от события A, если появление события A не изменяет вероятности события B, т. е. если условная вероятность события B равна его безусловной вероятности:

$$P_A(B) = P(B). \qquad (*)$$

Подставив (*) в соотношение (***) предыдущего параграфа, получим

$$P(A)\, P(B) = P(B)\, P_B(A).$$

Отсюда

$$P_B(A) = P(A),$$

т. е. условная вероятность события A в предположении, что наступило событие B, равна его безусловной вероятности. Другими словами, событие A не зависит от события B.

Итак, если событие B не зависит от события A, то и событие A не зависит от события B; это означает, что с в о й с т в о н е з а в и с и м о с т и с о б ы т и й в з а и м н о.

Для независимых событий теорема умножения $P(AB)=P(A)P_A(B)$ имеет вид

$$P(AB)=P(A)P(B), \qquad (**)$$

т. е. вероятность совместного появления двух независимых событий равна произведению вероятностей этих событий.

Равенство (**) принимают в качестве определения независимых событий.

Два события называют независимыми, если вероятность их совмещения равна произведению вероятностей этих событий; в противном случае события называют *зависимыми*.

На практике о независимости событий заключают по смыслу задачи. Например, вероятности поражения цели каждым из двух орудий не зависят от того, поразило ли цель другое орудие, поэтому события «первое орудие поразило цель» и «второе орудие поразило цель» независимы.

Пример 1. Найти вероятность совместного поражения цели двумя орудиями, если вероятность поражения цели первым орудием (событие A) равна 0,8, а вторым (событие B) — 0,7.

Решение. События A и B независимые, поэтому, по теореме умножения, искомая вероятность

$$P(AB)=P(A)P(B)=0{,}7\cdot 0{,}8=0{,}56.$$

Замечание 1. Если события A и B независимы, то независимы также события A и $\overline{B}$, $\overline{A}$ и B, $\overline{A}$ и $\overline{B}$. Действительно,

$$A=A\overline{B}+AB.$$

Следовательно,

$$P(A)=P(A\overline{B})+P(AB), \text{ или } P(A)=P(A\overline{B})+P(A)P(B).$$

Отсюда

$$P(A\overline{B})=P(A)[1-P(B)], \text{ или } P(A\overline{B})=P(A)P(\overline{B}),$$

т. е. события A и B независимы.

Независимость событий $\overline{A}$ и B, $\overline{A}$ и $\overline{B}$ — следствие доказанного утверждения.

Несколько событий называют попарно независимыми, если каждые два из них независимы. Например, события A, B, C попарно независимы, если независимы события A и B, A и C, B и C.

§ 2. Формула полной вероятности

Пусть событие A может наступить при условии появления одного из несовместных событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$, которые образуют полную группу. Пусть известны вероятности этих событий и условные вероятности $P_{B_1}(A)$, $P_{B_2}(A)$, ..., $P_{B_n}(A)$ события A. Как найти вероятность события A? Ответ на этот вопрос дает следующая теорема.

Теорема. *Вероятность события A, которое может наступить лишь при условии появления одного из несовместных событий B_1, B_2, ..., B_n, образующих полную группу, равна сумме произведений вероятностей каждого из этих событий на соответствующую условную вероятность события A:*

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+\ldots$$
$$\ldots+P(B_n)P_{B_n}(A).$$

Эту формулу называют «формулой полной вероятности».

Доказательство. По условию, событие A может наступить, если наступит одно из несовместных событий B_1, B_2, ..., B_n. Другими словами, появление события A означает осуществление одного, безразлично какого, из несовместных событий B_1A, B_2A, ..., B_nA. Пользуясь для вычисления вероятности события A теоремой сложения, получим

$$P(A)=P(B_1A)+P(B_2A)+\ldots+P(B_nA). \qquad (*)$$

Остается вычислить каждое из слагаемых. По теореме умножения вероятностей зависимых событий имеем

$$P(B_1A)=P(B_1)P_{B_1}(A);\; P(B_2A)=P(B_2)P_{B_2}(A);\; \ldots;$$
$$P(B_nA)=P(B_n)P_{B_n}(A).$$

Подставив правые части этих равенств в соотношение (*), получим формулу полной вероятности

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+\ldots$$
$$\ldots+P(B_n)P_{B_n}(A).$$

Пример 1. Имеется два набора деталей. Вероятность того, что деталь первого набора стандартна, равна 0,8, а второго — 0,9. Найти вероятность того, что взятая наудачу деталь (из наудачу взятого набора) — стандартная.

Решение. Обозначим через A событие «извлеченная деталь стандартна».

Деталь может быть извлечена либо из первого набора (событие B_1), либо из второго (событие B_2).

Вероятность того, что деталь вынута из первого набора, $P(B_1)=1/2$.

Вероятность того, что деталь вынута из второго набора, $P(B_2)=1/2$.

Условная вероятность того, что из первого набора будет извлечена стандартная деталь, $P_{B_1}(A)=0{,}8$.

Условная вероятность того, что из второго набора будет извлечена стандартная деталь, $P_{B_2}(A)=0{,}9$.

Искомая вероятность того, что извлеченная наудачу деталь — стандартная, по формуле полной вероятности равна

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)=$$
$$=0{,}5\cdot 0{,}8+0{,}5\cdot 0{,}9=0{,}85.$$

Пример 2. В первой коробке содержится 20 радиоламп, из них 18 стандартных; во второй коробке — 10 ламп, из них 9 стандартных. Из второй коробки наудачу взята лампа и переложена в первую. Найти вероятность того, что лампа, наудачу извлеченная из первой коробки, будет стандартной.

Решение. Обозначим через A событие «из первой коробки извлечена стандартная лампа».

Из второй коробки могла быть извлечена либо стандартная лампа (событие B_1), либо нестандартная (событие B_2).

Вероятность того, что из второй коробки извлечена стандартная лампа, $P(B_1)=9/10$.

Вероятность того, что из второй коробки извлечена нестандартная лампа, $P(B_2)=1/10$.

Условная вероятность того, что из первой коробки извлечена стандартная лампа, при условии, что из второй коробки в первую была переложена стандартная лампа, равна $P_{B_1}(A)=19/21$.

Условная вероятность того, что из первой коробки извлечена стандартная лампа, при условии, что из второй коробки в первую была переложена нестандартная лампа, равна $P_{B_2}(A)=18/21$.

Искомая вероятность того, что из первой коробки будет извлечена стандартная лампа, по формуле полной вероятности равна

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)=(9/10)\cdot(19/21)+$$
$$+(1/10)\cdot(18/21)=0{,}9.$$

§ 3. Вероятность гипотез. Формулы Бейеса

Пусть событие A может наступить при условии появления одного из несовместных событий $B_1, B_2, \ldots, B_n$, образующих полную группу. Поскольку заранее не известно, какое из этих событий наступит, их называют *гипотезами*. Вероятность появления события A определяется по формуле полной вероятности (см. § 2):

$$P(A)=P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+\ldots$$
$$\ldots+P(B_n)P_{B_n}(A). \qquad (*)$$

Допустим, что произведено испытание, в результате которого появилось событие A. Поставим своей задачей определить, как изменились (в связи с тем, что событие A уже наступило) вероятности гипотез. Другими словами, будем искать условные вероятности

$$P_A(B_1),\; P_A(B_2),\; \ldots,\; P_A(B_n).$$

Найдем сначала условную вероятность $P_A(B_1)$. По теореме умножения имеем

$$P(AB_1)=P(A)P_A(B_1)=P(B_1)P_{B_1}(A).$$

Отсюда

$$P_A(B_1)=\frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(A)}.$$

Заменив здесь $P(A)$ по формуле (*), получим

$$P_A(B_1)=\frac{P(B_1)P_{B_1}(A)}{P(B_1)P_{B_1}(A)+P(B_2)P_{B_2}(A)+\ldots+P(B_n)P_{B_n}(A)}.$$

Аналогично выводятся формулы, определяющие условные вероятности остальных гипотез, т. е. условная вероятность любой гипотезы B_i $(i=1, 2, \ldots, n)$ может быть вычислена по формуле

$$P_A(B_i)=\frac{P(B_i)\,P_{B_i}(A)}{P(B_1)\;P_{B_1}(A)+P(B_2)\,P_{B_2}(A)+\ldots+P(B_n)\,P_{B_n}(A)}.$$

Полученные формулы называют *формулами Бейеса* (по имени английского математика, который их вывел; опубликованы в 1764 г.). *Формулы Бейеса позволяют переоценить вероятности гипотез после того, как становится известным результат испытания, в итоге которого появилось событие A.*

Пример. Детали, изготовляемые цехом завода, попадают для проверки их на стандартность к одному из двух контролеров. Вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру, равна 0,6, а ко второму — 0,4. Вероятность того, что годная деталь будет признана стандартной первым контролером, равна 0,94, а вторым — 0,98. Годная деталь при проверке была признана стандартной. Найти вероятность того, что эту деталь проверил первый контролер.

Р е ш е н и е. Обозначим через A событие, состоящее в том, что годная деталь признана стандартной. Можно сделать два предположения:

1) деталь проверил первый контролер (гипотеза B_1);
2) деталь проверил второй контролер (гипотеза B_2).

Искомую вероятность того, что деталь проверил первый контролер, найдем по формуле Бейеса:

$$P_A(B_1)=\frac{P(B_1)\,P_{B_1}(A)}{P(B_1)\,P_{B_1}(A)+P(B_2)\,P_{B_2}(A)}.$$

По условию задачи имеем:

$P(B_1)=0,6$ (вероятность того, что деталь попадает к первому контролеру);
$P(B_2)=0,4$ (вероятность того, что деталь попадет ко второму контролеру);
$P_{B_1}(A)=0,94$ (вероятность того, что годная деталь будет признана первым контролером стандартной);
$P_{B_2}(A)=0,98$ (вероятность того, что годная деталь будет признана вторым контролером стандартной).

Искомая вероятность

$$P_A(B_1)=(0,6\cdot 0,94)/(0,6\cdot 0,94+0,4\cdot 0,98)\approx 0,59.$$

Как видно, до испытания вероятность гипотезы B_1 равнялась 0,6, а после того, как стал известен результат испытания, вероятность этой гипотезы (точнее, условная вероятность) изменилась и стала равной 0,59. Таким образом, использование формулы Бейеса позволило переоценить вероятность рассматриваемой гипотезы.

Задачи

1. Два стрелка произвели по одному выстрелу. Вероятность попадания в мишень первым стрелком равна 0,7, а вторым — 0,6. Найти вероятность того, что хотя бы один из стрелков попал в мишень.
Отв. 0,88.

2. У сборщика имеется 16 деталей, изготовленных заводом № 1, и 4 детали завода № 2. Наудачу взяты 2 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из них окажется изготовленной заводом № 1.
Отв. 92/95.

3. В группе спортсменов 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность выполнить квалификационную норму такова: для лыжника — 0,9, для велосипедиста — 0,8 и для бегуна — 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен, выбранный наудачу, выполнит норму.
Отв. 0,86.

4. Сборщик получил 3 коробки деталей, изготовленных заводом № 1, и 2 коробки деталей, изготовленных заводом № 2. Вероятность того, что деталь завода № 1 стандартна, равна 0,8, а завода № 2 — 0,9. Сборщик наудачу извлек деталь из наудачу взятой коробки. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь.
Отв. 0,84.

5. В первом ящике содержится 20 деталей, из них 15 стандартных; во втором — 30 деталей, из них 24 стандартных; в третьем — 10 деталей, из них 6 стандартных. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная деталь из наудачу взятого ящика — стандартная.
Отв. 43/60.

6. В телевизионном ателье имеется 4 кинескопа. Вероятности того, что кинескоп выдержит гарантийный срок службы, соответственно равны 0,8; 0,85; 0,9; 0,95. Найти вероятность того, что взятый наудачу кинескоп выдержит гарантийный срок службы.
Отв. 0,875.

7. В двух ящиках имеются радиолампы. В первом ящике содержится 12 ламп, из них 1 нестандартная; во втором 10 ламп, из них 1 нестандартная. Из первого ящика наудачу взята лампа и переложена во второй. Найти вероятность того, что наудачу извлеченная из второго ящика лампа будет нестандартной.
Отв. 13/132.

8. Из полного набора 28 костей домино наудачу извлечена кость. Найти вероятность того, что вторую извлеченную наудачу кость можно приставить к первой.
Отв. 7/18.

9. Студент знает не все экзаменационные билеты. В каком случае вероятность вытащить неизвестный билет будет для него наименьшей: когда он берет билет первым или последним?
Отв. Вероятности одинаковы в обоих случаях.

10. В ящик, содержащий 3 одинаковых детали, брошена стандартная деталь, а затем наудачу извлечена одна деталь. Найти вероятность того, что извлечена стандартная деталь, если равновероятны все возможные предположения о числе стандартных деталей, первоначально находящихся в ящике.
Отв. 0,625.

11. При отклонении от нормального режима работы автомата срабатывает сигнализатор С-1 с вероятностью 0,8, а сигнализатор С-11 срабатывает с вероятностью 1. Вероятности того, что автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-11, соответственно равны 0,6 и 0,4. Получен сигнал о разделке автомата. Что вероятнее: автомат снабжен сигнализатором С-1 или С-11?
Отв. Вероятность того, что автомат снабжен сигнализатором С-1, равна 6/11, а С-11 — 5/11.